

桃園市立中興國民中學

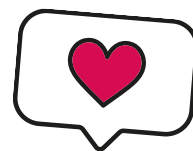
Taoyuan Municipal Chung-Hsing Junior High School

第10屆 數理資優班 成果冊





桃園市立中興國民中學 數理資優班 簡介



本校的資優教育理念旨在為資優生提供多元的學習環境。在學科部分，我們針對數學及自然領域實施原班抽離，並設計加深加廣的課程內容。教師在課堂上給予學生挑戰及任務，激發批判思考，並培養高層次的思維。此外，根據學生的學習進度與能力，我們還會安排競賽試題的深入探究，如科學班的題目等。

除了學科課程之外，本校資優班充分利用早自習、第八節、班會及聯課時間，開設多元專題課程。這些專題課程涵蓋五大主軸：

- 邏輯益智：從數理解謎訓練邏輯思考，從益智桌遊探索勝利策略
- 摺紙藝數：從摺紙中探索數學的原理，解構到重構再進一步創作
- 科技軟體：進行軟體操作與專案設計，訓練撰寫簡易程式並應用
- 探究實作：透過儀器操作及數據分析，學習形成解釋培養科學力
- 科學自造：學習使用工具並應用技術，在設計過程訓練調整能力

本校資優班也提供豐富的充實學習，包括校外教學、寒暑假營隊。我們會撰寫計畫申請補助，邀請專業講師開設多樣化課程，以激發學生的無限創意，並提供跨校共學的機會，讓學生在競爭與合作中學成長。

我們會要求資優生進行獨立研究（如科展）或參加競賽。科展的歷程涵蓋資料蒐集、文獻探討、研究目的設定、實驗設計與執行、資料分析及撰寫報告書。儘管這是一個極具挑戰的任務，但只要學生能堅持下去，將能大幅提升其綜合能力。此外，數資班每年舉辦成果發表會，學生將研究成果製作簡報並上台展示，有時還需帶領師生及家長參與體驗活動，這不僅提升了學生的表達能力，也強化了組織與領導能力。

情意教育同樣是不可忽視的一環，透過各項活動，學生學習溝通與協作，並培養服務與關懷的精神。由於資優生之間存在個體差異，在我們所提供的多元學習環境中，學生可能在某些課程中得心應手，但在其他課程上可能面臨挑戰。透過解決問題的過程，學生逐步提升挫折容忍力，並在多樣化的課程中探索自我興趣，為未來的生涯發展奠定堅實基礎。

數理 資優



歷年表現概況(1)



2016 成立數理資優班

2017 參加第57屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科第一名、化學科第三名
· 榮獲 全國賽 數學科第三名



2018 參加第58屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 化學科第三名



2019 參加第59屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 化學科第三名



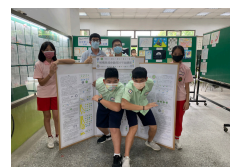
2019 特殊教育評鑑-資賦優異類
· 評鑑結果：優等



2020 參加第60屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科第三名、數學科佳作



2021 參加第61屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科第一名、物理科佳作
· 榮獲 全國賽 數學科佳作



2022 參加第62屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科第一名、物理科第二名
· 榮獲 全國賽 數學科第一名



2022 參加科技教育創意實作競賽-生活科技組
· 榮獲 桃園市 優等
· 榮獲 全國賽 創意獎



數理 資優



歷年表現概況(2)



2022 特殊教育評鑑-資賦優異類



· 評鑑結果：一等獎



2023 參加第63屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 物理科第一名(進入全國)



2023 參加科技教育創意實作競賽-生活科技組
· 榮獲 桃園市 精品獎



2023 參加室內無人機障礙賽
· 榮獲 桃園市 佳作



2023 參加東元電機綠頭腦創意競賽
· 榮獲 全國賽 第三名



2024 參加第64屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科第一名、物理科佳作
· 榮獲 全國賽 數學科第三名及數學研究獎



2024 參加資訊教育競賽-Scratch程式設計
· 榮獲 桃園市 遊戲組佳作、動畫組佳作



2024 參加邁克盃5th運算思維大賽-MakeCode
· 榮獲 全國賽 第三名



2024 參加室內無人機障礙賽
· 榮獲 桃園市 佳作



2025 參加第65屆中小學科學博覽會
· 榮獲 桃園市 數學科佳作

校長的話

中興國中數理資優班自105學年度成立以來，在全體師長的用心指導與同學們的積極投入下，從科學展覽、創造力競賽到各項成果發表與比賽中，屢創佳績，從市內拔尖到全國發光，展現出豐富的學習成果。

在成績背後，是凝聚著無數的努力與堅持。我們深知——「努力不一定保證成功，但成功一定來自不懈的努力。」只有一步一腳印地耕耘，才能在關鍵時刻開花結果。然而，優異表現之餘，更重要的是學會感恩。感謝父母的支持、師長的引導，及曾經在你們生命中給予協助甚至挑戰的人。因為有他們，成就了今天更成熟、更堅韌的你們。

「成功，不是打敗了多少人，而是能幫助多少人。」我們所追求的，不應只是個人的榮耀，更應在成長的過程中，逐步發掘自我價值，學會關懷他人，發揮正向影響力。在學業精進的同時，也持續培養自我覺察與情緒管理的能力，認識自己的價值觀、優勢與限制，學習時間管理、自我激勵與同理心，並在人際互動中，發展出良好的溝通與團隊合作能力。

在數位與AI快速發展的時代，跨域學習，培養思辨力與解決問題的能力更顯關鍵。學習永無止境，請你們用眼睛去觀察世界、用心去感受生活——讓世界因你們的存在而更加精彩！再次恭喜每一位努力不懈的你，願今天的發表只是另一個精彩旅程的開始。更歡迎許多學區孩子們未來加入中興資優班行列內，一起學習成長！

校長 沈永照

資優教師的話

時光荏苒，彷彿昨日還是七年級那群懵懂青澀的你們，轉眼間已邁入九年級，回首這三年的旅程，老師仍記得你們在課堂上挑戰各種邏輯益智遊戲時的專注神情，也記得合力完成多面體紙藝作品時的喜悅與成就。生物課中親手觀察豬心與豬腸的驚呼，仍彷彿在耳邊迴盪。

七年級時，你們參加東元綠頭腦競賽，拍攝了影片，從一開始對原理的迷惑，到後來能條理分明地講解與呈現，最終做出了讓老師驕傲、也值得給學弟妹觀賞學習的教材。

升上八年級後，課業難度增加了，課堂的討論更深入，學習任務也更具挑戰。小組的獨立研究，讓你們學會了觀察、發現與思考；從蒐集資料、操作軟體，到整理脈絡、撰寫說明書，過程中每一步都見證著你們的成長與突破。比起成績，這份勇於探索、持續精進的精神更為珍貴。希望你們能回顧自己在研究中投入的努力，回想老師如何引導思考，並在成果發表會上展現出清晰的脈絡與自信的表達——那正是學習最美好的模樣。

資優班的時光，充滿了難忘的點滴：你們一起擔任關主、準備擺攤活動，一起踏上校外教學的旅程，走訪台北與新竹，從自然科學到人文探索，學習的版圖愈加寬廣。

- 願你們在快樂中持續求知，在挑戰中淬鍊堅韌。
- 願你們不畏艱難，勇於嘗試，讓思考成為習慣，讓好奇成為力量。
- 前方的路或許仍有未知與考驗，但請記得——真正的成長，正是在一次次努力與突破中誕生的。
- 願你們懷抱熱情，邁向更遠的夢想，成為那個更勇敢、更閃亮的自己。



行政團隊



校長
沈永照



輔導主任
彭瑞齡



特教組長
張良弘

資優教師



資優班導師
張怡雯



理化老師
張良弘



數學老師
李慧玲

任課教師



生物老師
江東運



數學老師
呂俊德



理化老師
王淑君



資訊老師
蔡易儒



四大神獸的傳奇



傳說中有四大神獸...



青龍守護開創的智慧
代表東方,屬木



白虎彰顯勇敢的意志
代表西方,屬金



朱雀燃燒智慧與希望
代表南方,屬火



玄武凝聚堅韌的力量
代表北方,屬水

他們在國中的三年裡，
勇於探索、挑戰自我，
寫下屬於自己的成長篇章！





黃品叡



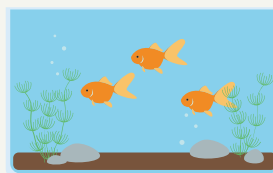
黃青龍

其他人選完後，剩下青龍，但是我姓黃...



興趣：

- 餵實驗室的魚吃飼料
- 看漫畫
- 發出奇怪的音效



有時候



事蹟：

- 參加科展榮獲佳作
- 參加無人機比賽
- 參加比賽東元綠頭腦
- 參加生科競賽
- 參加武陵小鐵人競賽





李璿



玄武

之所以是玄武是因為
「玄」和「璿」同音~



興趣：

- 宅在家
- 看漫畫
- 騎腳踏車
- 打羽毛球



事蹟：

- 成為第13個生肖
- 參加東元綠頭腦
- 參加武陵小鐵人競賽
- 曾經考到全校第一名





李元皓



白虎

「皓」這個字有白，
白色就代表白虎~



興趣：

- 疊杯
- 玩踩地雷



事蹟：

- 參加武陵小鐵人競賽

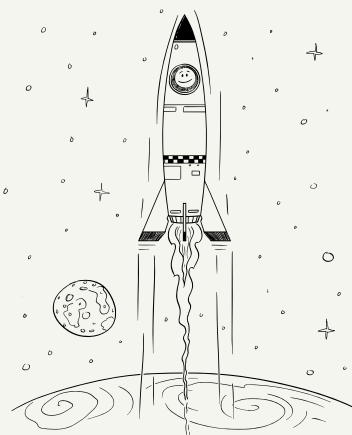
- 去美國看NBA

- 去韓國比疊杯亞洲賽

- 去馬來西亞比疊杯亞洲賽

- 去瑞士比疊杯世界賽

- 去中國比賽畫畫





鄭至紘



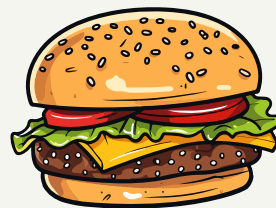
朱雀

「紘」唸起來跟紅一樣，紅色就是朱雀~



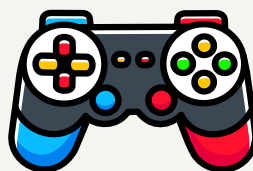
興趣：

- 吃垃圾食物
- 玩電動
- 睡覺



事蹟：

- 參加科展榮獲佳作
- 參加無人機比賽榮獲佳作
- 參加比賽東元綠頭腦
- 參加生科競賽
- 參加武陵小鐵人競賽
- 參加Scratch資訊競賽



嗨





國中三年的故事

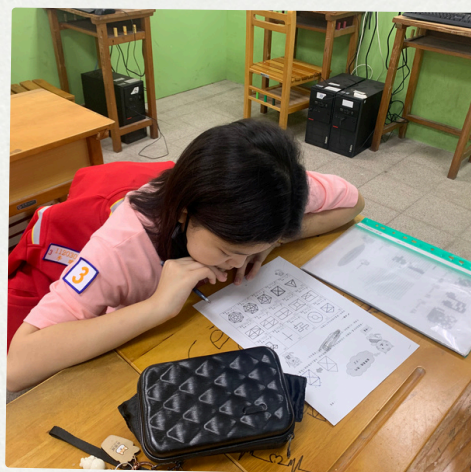
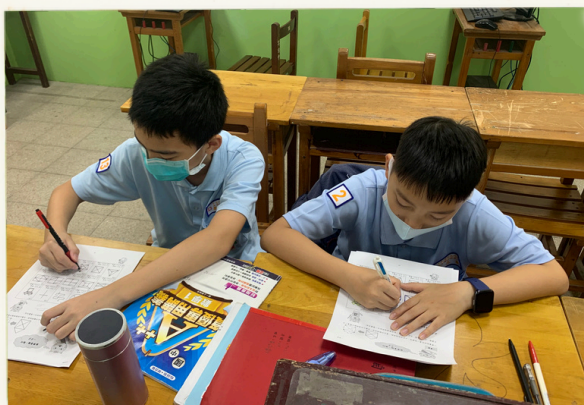
小學生青澀模樣



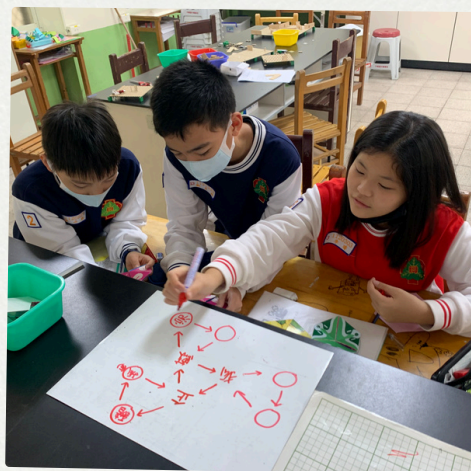
七年級數學專題



七年級數學專題



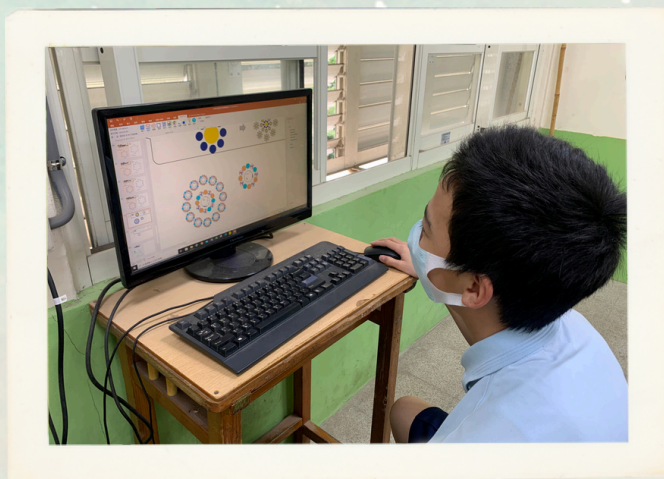
七年級數學專題



七年級數學專題



七年級數學專題



七年級自然專題



七年級嘉年華



七年級寒假營隊



七年級寒假營隊





東元綠頭腦



無人機競賽



七升八暑假營隊



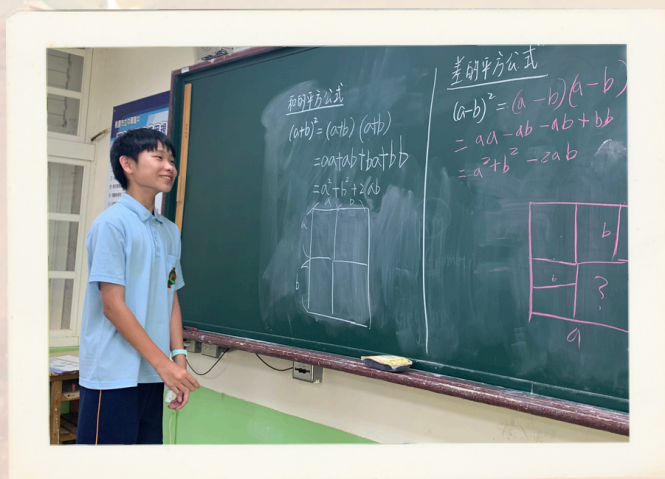
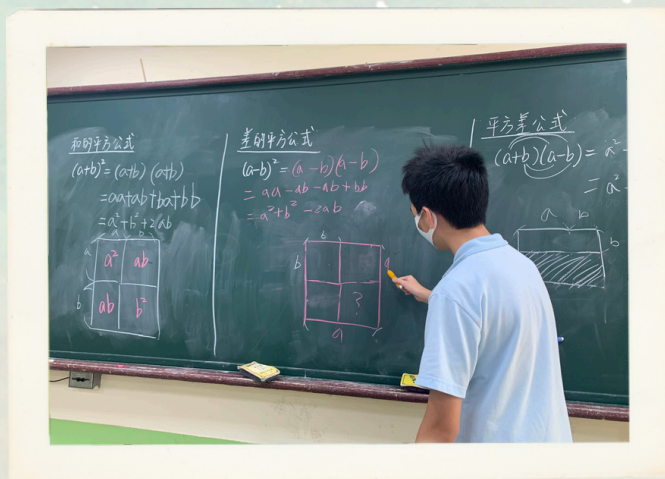
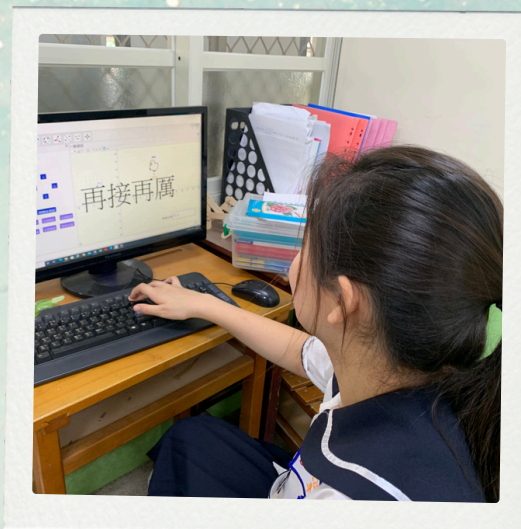
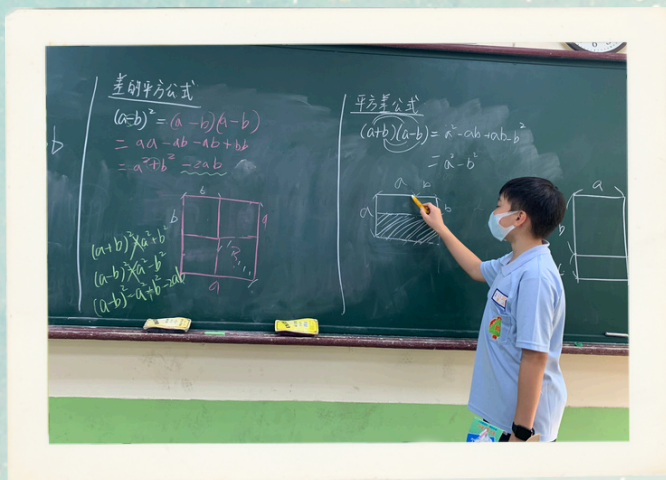
七升八暑假營隊



七升八暑假營隊



八年級數學專題



八年級理化實驗



八年級理化實驗



八年級理化實驗



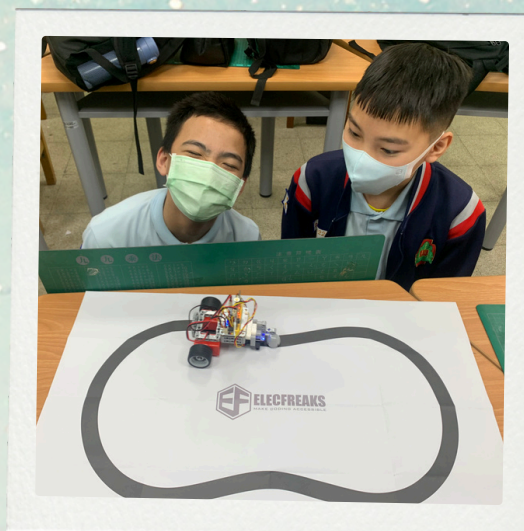
八年級理化實驗



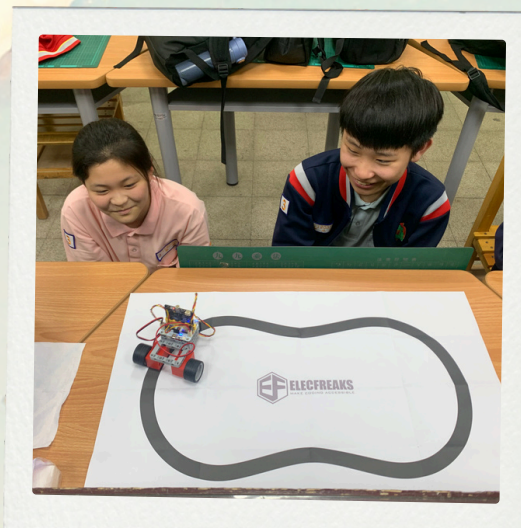
八年級外師交流



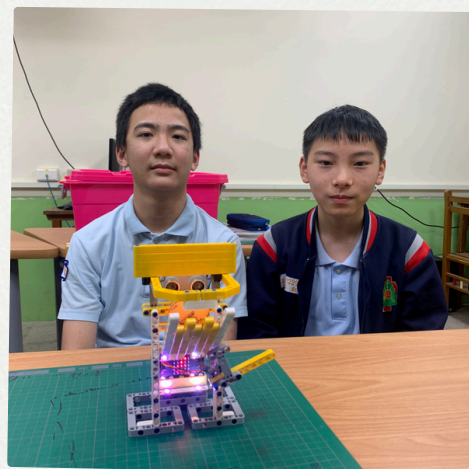
八年級程式設計



八年級程式設計



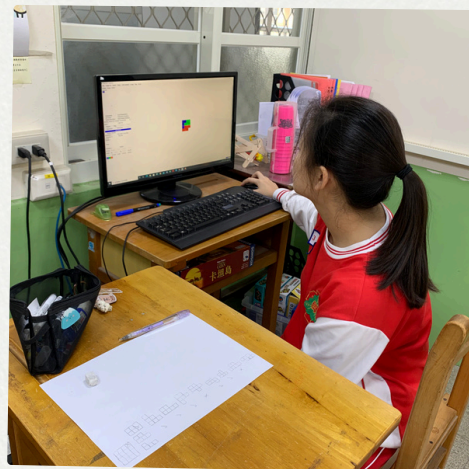
八年級程式設計



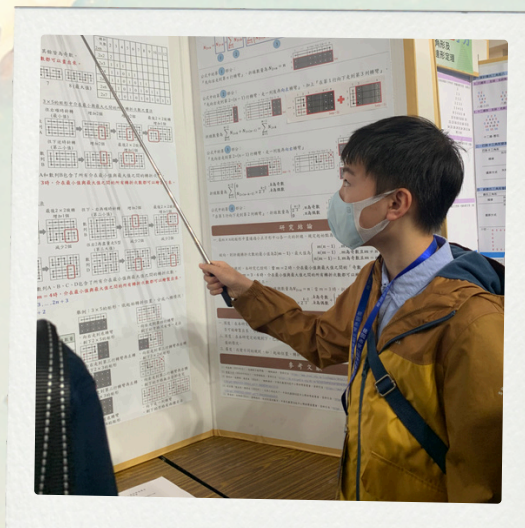
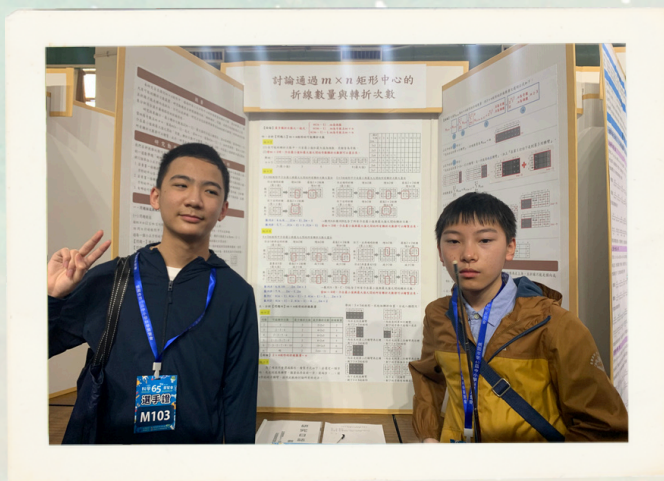
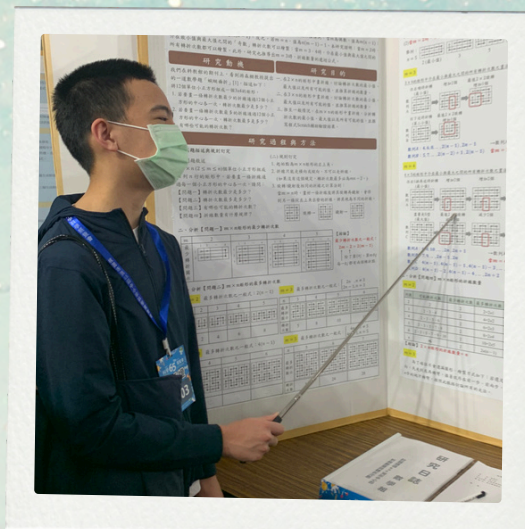
八年級科展研究



八年級科展研究



八年級科展研究



八年級嘉年華



八年級校外教學



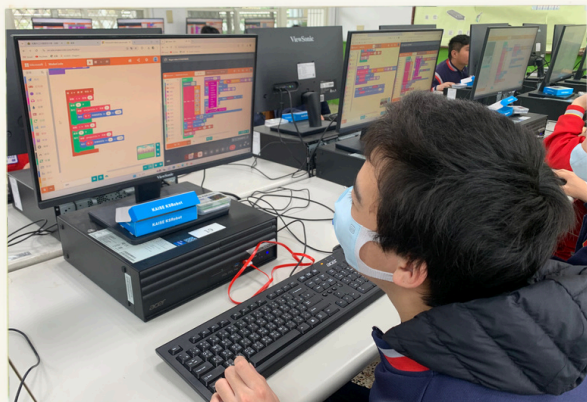
八年級校外教學



八年級鑑定說明



八年級寒假營隊





八年級校外教學



八年級校外教學



八升九暑假營隊



九年級準備成發



九年級準備成發



其他有趣的照片



其他有趣的照片





獨立研究的成果

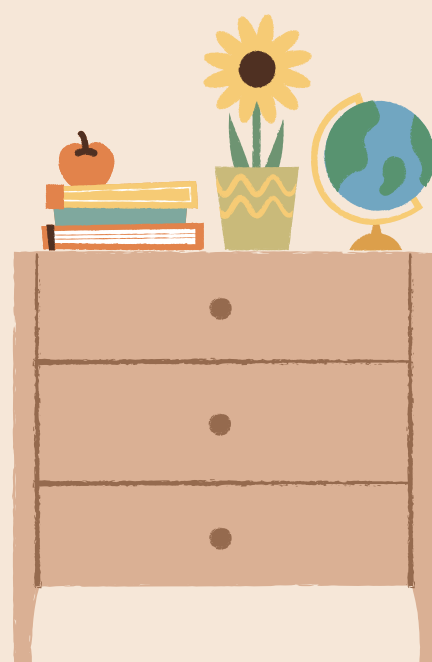


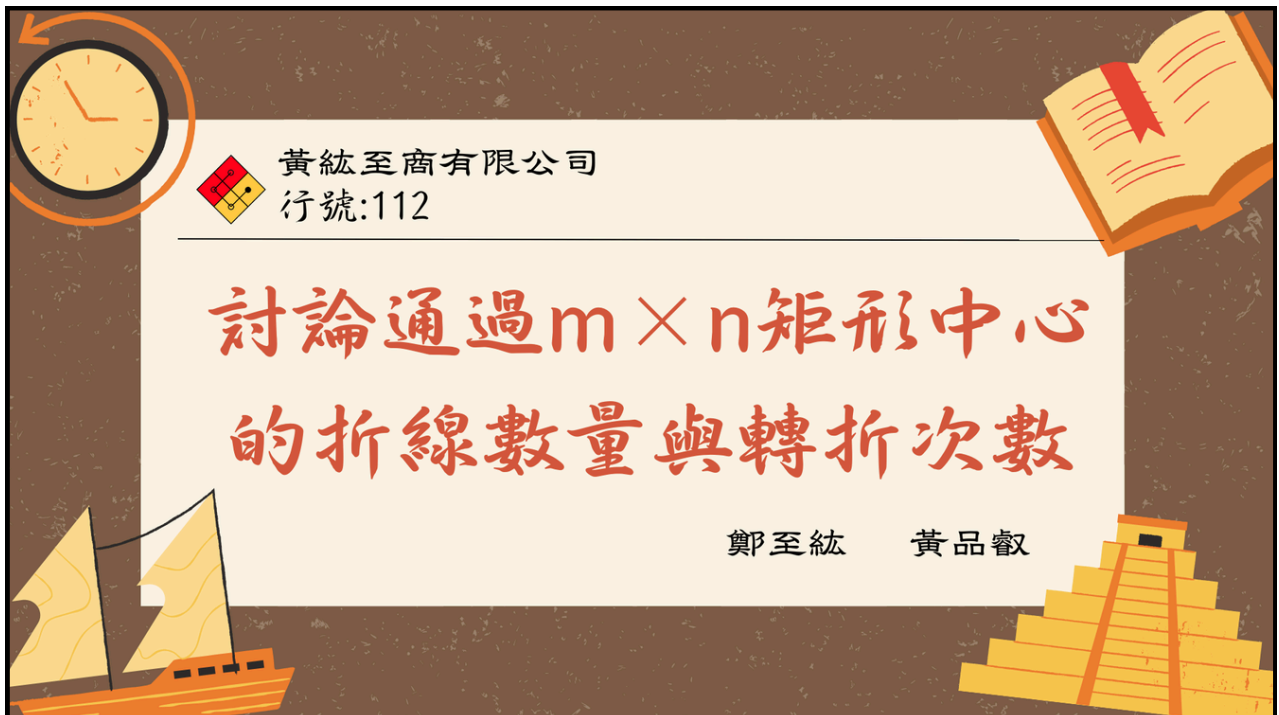
討論通過 $m \times n$ 矩形中心的 折線數量與轉折次數



902 黃品叡

913 鄭至紘





黃紘至商有限公司
行號:112

討論通過 $m \times n$ 矩形中心 的折線數量與轉折次數

鄭至紘 黃品叡

P.1

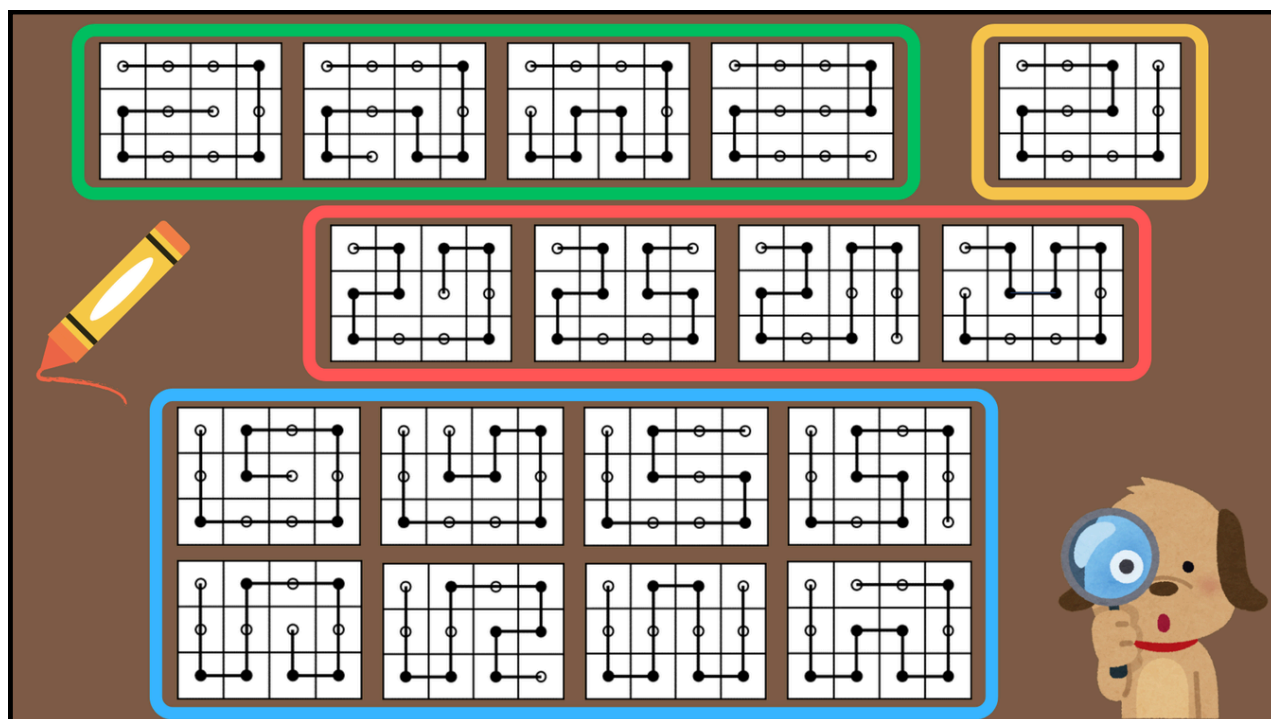
研究動機

我們在科教館的期刊上，看到游森棚教授提出的一道數學題「蜿蜒曲折」，內容為：

將12個單位小正方形組成一個 3×4 的矩形，問題如下，

1. 若要畫一條轉折次數最少的折線通過12個小正方形的中心各一次，轉折次數最少是多少？
2. 若要畫一條轉折次數最多的折線通過12個小正方形的中心各一次，轉折次數最多是多少？
3. 有哪些可能的轉折次數？





研究動機

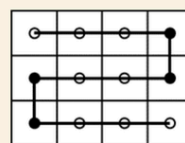
我們在科教館的期刊上，看到游森棚教授提出的一道數學題「蜿蜒曲折」，內容為：

將12個單位小正方形組成一個 3×4 的矩形，問題如下，

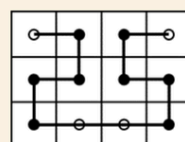
1. 若要畫一條轉折次數最少的折線通過12個小正方形的中心各一次，轉折次數最少是多少？
2. 若要畫一條轉折次數最多的折線通過12個小正方形的中心各一次，轉折次數最多是多少？
3. 有哪些可能的轉折次數？



轉折
次數
最少
=4



轉折
次數
最多
=8



可能的轉折次數：
4~8

研究目的

目的1

在 $m \times n$ 的矩形中畫折線，分析轉折次數的**最小值**以及**最大值**。

☒ $m \geq 2$

目的2

在 $m \times n$ 的矩形中畫折線，分析轉折次數所有**可能的值**。

☒ $m = 2, 3, 4$



目的3

在 $m \times n$ 的矩形中畫折線，計算**折線數量**，並撰寫Scratch程式驗證結果。

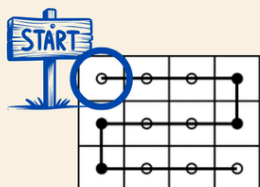
☒ $m = 2, 3$



研究過程：規則訂定

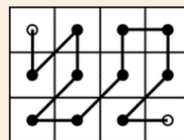
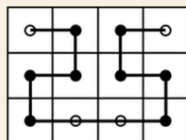
規則1

起始點為 $m \times n$ 矩形的**左上角**。



規則2

折線只能走橫向或縱向，**不可以走斜線**。

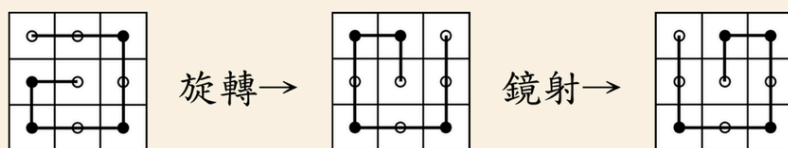


(如果沒有此規定，轉折次數最多必為 $mn - 2$)

研究過程：規則訂定

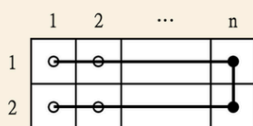
規則3

當 $m=n$ 時，畫好一條折線後將其**旋轉再鏡射**，
會得到另一條從左上角出發的折線。將其**視為不同的折線**。

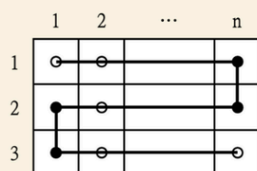


研究過程：分析最少轉折次數

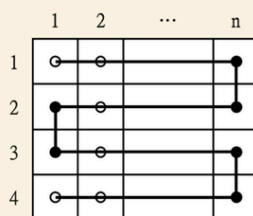
$m=2$



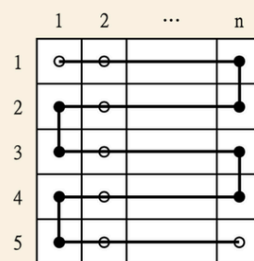
$m=3$



$m=4$



$m=5$



每一列走到底再轉彎，就可以得到最少轉折次數！

研究過程：分析最少轉折次數



最少轉折次數 之一般式：

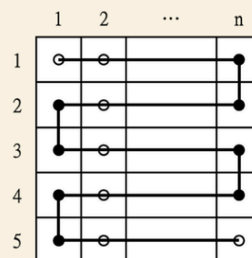
$$2m - 2 = 2(m - 1)$$



每一列都有
兩個轉折點



除了第1列、第m列
只有一個轉折點



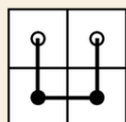
研究過程：分析最多轉折次數

$m=2$



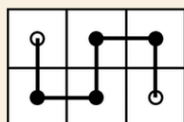
一般式： $2n - 2 = 2(n - 1)$

$n=2$



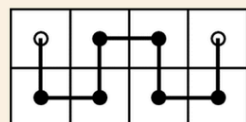
轉折2次

$n=3$



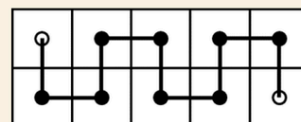
轉折4次

$n=4$



轉折6次

$n=5$



轉折8次

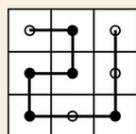
研究過程：分析最多轉折次數

$m=3$



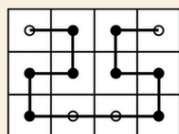
一般式： $2n$, $n \neq 3$
 $2n-1$, $n=3$

$n=3$



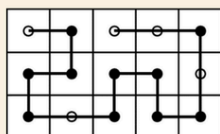
轉折5次

$n=4$



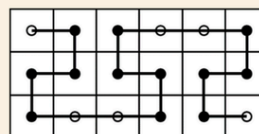
轉折8次

$n=5$



轉折10次

$n=6$



轉折12次

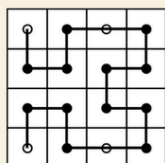
研究過程：分析最多轉折次數

$m=4$



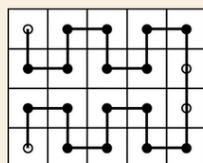
一般式： $4n-4 = 4(n-1)$

$n=4$



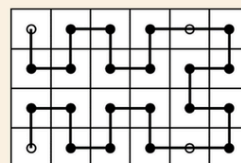
轉折12次

$n=5$



轉折16次

$n=6$



轉折20次

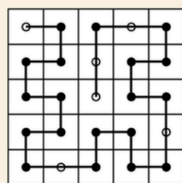
研究過程：分析最多轉折次數

$m=5$



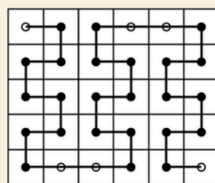
一般式： $4n$, $n \neq 5$
 $4n-1$, $n=5$

$n=5$



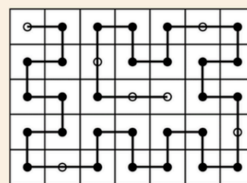
轉折19次

$n=6$



轉折24次

$n=7$



轉折28次

研究過程：分析最多轉折次數

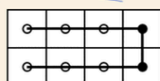


最多轉折次數 之一般式：

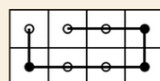
$$\begin{cases} m(n-1) & , m \text{ 為偶數} \\ n(m-1) & , m \text{ 為奇數且 } m \neq n \\ n(m-1) - 1 & , m \text{ 為奇數且 } m = n \end{cases}$$

研究過程：分析可能轉折次數

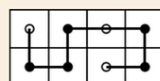
$m=2$



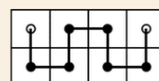
轉折2次
(最小值)



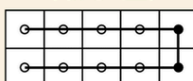
轉折3次



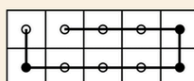
轉折5次



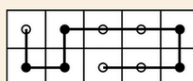
轉折6次
(最大值)



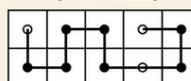
轉折2次
(最小值)



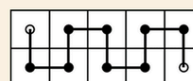
轉折3次



轉折5次



轉折7次



轉折8次
(最大值)

研究過程：分析可能轉折次數

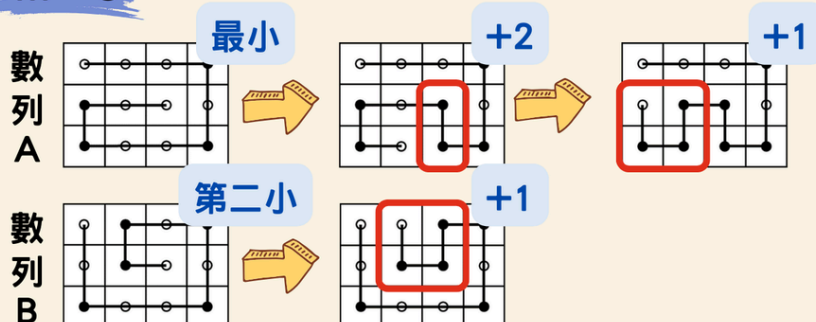
$m=2$

介在最小值和最大值之間的奇數轉折次數都可以畫出來！

研究過程：分析可能轉折次數

$m=3$

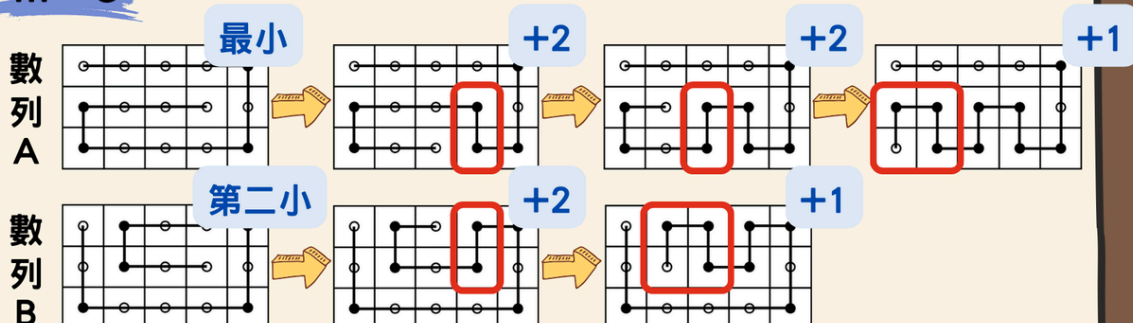
3×4矩形中介在最小與最大之間的所有轉折次數之畫法



研究過程：分析可能轉折次數

$m=3$

3×5矩形中介在最小與最大之間的所有轉折次數之畫法



研究過程：分析可能轉折次數

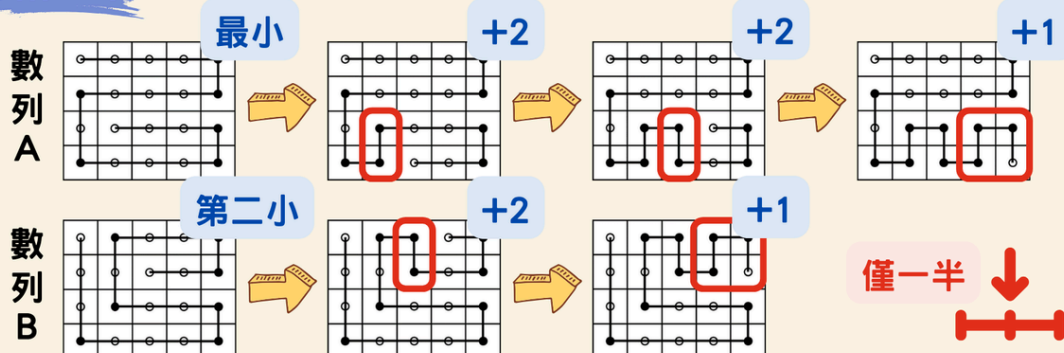
$m=2$ 介在最小值和最大值之間的奇數轉折次數都可以畫出來！

$m=3$ 介在最小值和最大值之間的所有轉折次數都可以畫出來！

研究過程：分析可能轉折次數

$m=4$

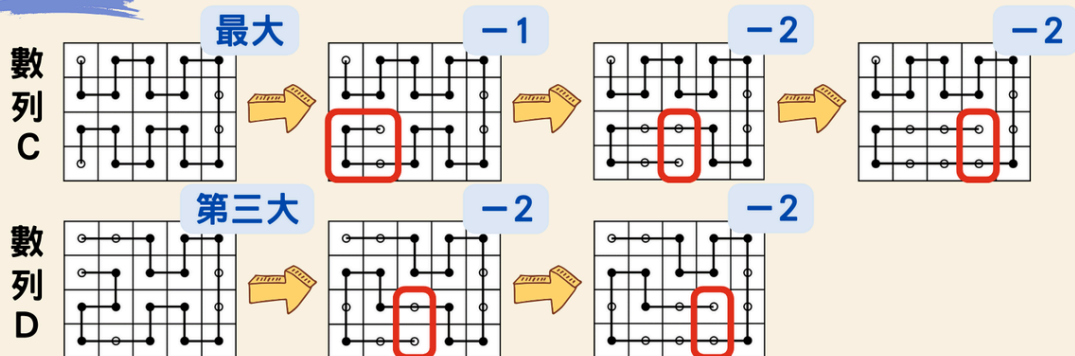
4×5矩形中介在最小與最大之間的所有轉折次數之畫法



研究過程：分析可能轉折次數

$m=4$

4×5矩形中介在最小與最大之間的所有轉折次數之畫法



研究過程：分析可能轉折次數

$m=2$

介在最小值和最大值之間的奇數轉折次數都可以畫出來！

$m=3$

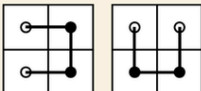
介在最小值和最大值之間的所有轉折次數都可以畫出來！

$m=4$

介在最小值和最大值之間的所有轉折次數都可以畫出來！

研究過程：分析折線數量

$m=2$

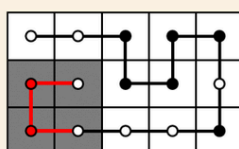
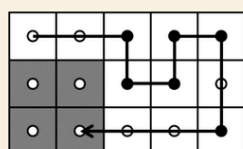
	可能轉折次數	折線數量	
$n=2$	2	2	
$n=3$	2、3、4	3	
$n=4$	2、3、5、6	4	
$n=5$	2、3、5、7、8	5	
$n=6$	2、3、5、7、9、10	6	

折線數量
= n

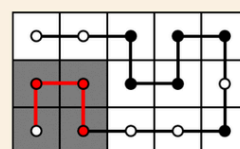
研究過程：分析折線數量

為什麼要訂定「規則3」？

當 $m=n$ 時，將折線旋轉再鏡射，視為不同的折線。



轉折8次



轉折9次

研究過程：分析折線數量

m=3 ※ 定義 $N_{m \times n}$ 為 $m \times n$ 矩形的折線數量

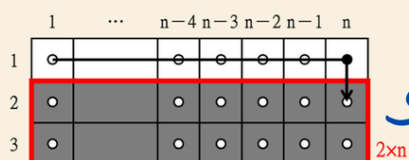
$$N_{3 \times n} = \boxed{N_{2 \times n}} + \boxed{\sum_{k=1}^{n-1} N_{3 \times k}} + \boxed{\sum_{k=1}^{n-2} \begin{cases} 0 & , k \text{ 為奇數} \\ N_{2 \times (n-k-1)} \times 2^{\frac{k-2}{2}} & , k \text{ 為偶數} \end{cases}} + \boxed{\begin{cases} 2^{\frac{n-3}{2}} & , n \text{ 為奇數} \\ 0 & , n \text{ 為偶數} \end{cases}, n \geq 3}$$

1
2
3
4

研究過程：分析折線數量

1

『先向右走到第 n 行轉彎』

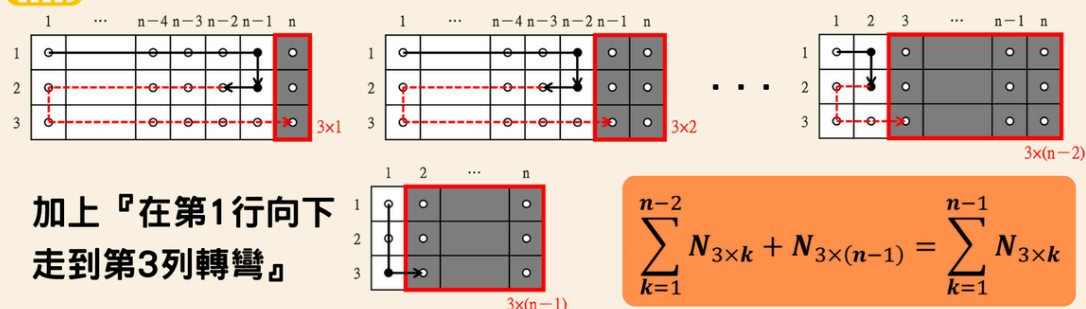


剩下空間為 $2 \times n$ 的矩形

折線數量為 $N_{2 \times n} = n$

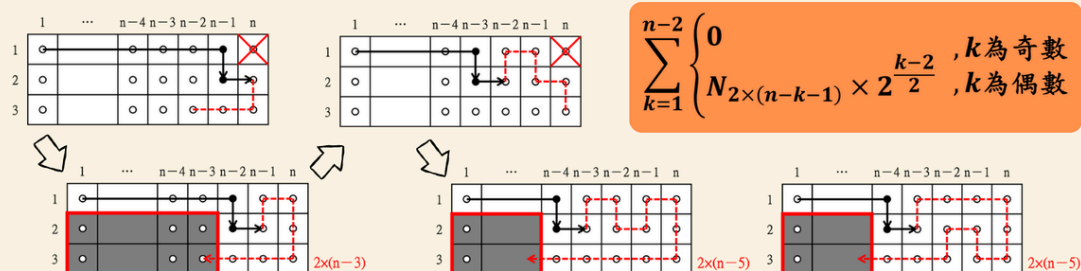
研究過程：分析折線數量

2

『先向右走到第 $2 \sim (n-1)$ 行轉彎，走一列後再向左轉彎』

研究過程：分析折線數量

3

『先向右走到第 $2 \sim (n-1)$ 行轉彎，走一列後再向右轉彎』

研究過程：分析折線數量

4

『在第 1 行向下走到第 2 列轉彎』

	1	2	...	n
1	○	○		○
2	●	○		○
3	○	○		○



同樣會分成奇偶來討論

折線數量為 $\begin{cases} 2^{\frac{n-3}{2}}, & n \text{ 為奇數} \\ 0 & n \text{ 為偶數} \end{cases}$

研究結論

1

在 $m \times n$ 的矩形中畫通過小正方形中心各一次的折線，規定起始點為左上角，且折線只能走橫向或縱向，則折線轉折次數

★ 最小值為 $2(m-1)$

★ 最大值為 $\begin{cases} m(n-1) & , m \text{ 為偶數} \\ n(m-1) & , m \text{ 為奇數且 } m \neq n \\ n(m-1) - 1 & , m \text{ 為奇數且 } m = n \end{cases}$

研究結論

2

本研究已證明：當 $m=2$ 時，介在最小值與最大值之間的「奇數」轉折次數可以繪製出來；當 $m=3、4$ 時，介在最小值與最大值之間的「所有」轉折次數都可以繪製出來，並猜測只要 $m>2$ ，此性質仍然成立。



研究結論

3

當 $m=2$ 時，折線總數量為 $N_{2 \times n} = n$ ；

當 $m=3$ 時，折線總數量為

$$N_{3 \times n} = N_{2 \times n} + \sum_{k=1}^{n-1} N_{3 \times k} + \sum_{k=1}^{n-2} \begin{cases} 0 & , k \text{ 為奇數} \\ N_{2 \times (n-k-1)} \times 2^{\frac{k-2}{2}} & , k \text{ 為偶數} \end{cases} + \begin{cases} 2^{\frac{n-3}{2}} & , n \text{ 為奇數} \\ 0 & , n \text{ 為偶數} \end{cases}, n \geq 3$$





未來展望



- 1.深度：在本研究定的規則下，已證明出 $m=2$ 、 3 、 4 時，介在最小值與最大值之間的轉折次數是否可被繪製出來，可以繼續將其他 m 值的情況推論出來。
- 2.深度：在本研究定的規則下，已推算出 $m=2$ 、 3 時，折線總數量的一般式，可以繼續研究其他 m 值的情況。
- 3.廣度：改變不同的規則，如：起始位置、轉折處、路徑方向等。或者改變幾何圖形，甚至增加維度。

參考文獻



- 1.游森棚（2023年6月）。森棚教官數學題——蜿蜒曲折。資料引自：
<https://www.ntsec.edu.tw/liveSupply/detail.aspx?a=6829&cat=6842&p=1&lid=20459>
- 2.維基百科（2024年9月9日）。哈密頓路徑。資料引自：<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%93%88%E5%AF%86%E9%A0%93%E8%B7%AF%E5%BE%91>
- 3.黃悅和、林群峰、陳楚東（2024年）。蜿蜒曲折。中華民國第64屆中小學科學展覽會。資料引自：<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/64/pdf/NPHSF2024-030412.pdf?0.39808296146152156>
- 4.紀言蓁、陳法敦、陳秉政（2023年）。大馬小馬走天下。中華民國第63屆中小學科學展覽會。資料引自：<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/63/pdf/NPHSF2023-030407.pdf?0.9941292644944042>
- 5.鄧宜欣、朱雅琪(2014)。蜜蜂路徑－找回失落的數字。中華民國第54屆中小學科學展覽會。資料引自：https://www.math.ntu.edu.tw/~shing_tung/PDF/6th/1.pdf

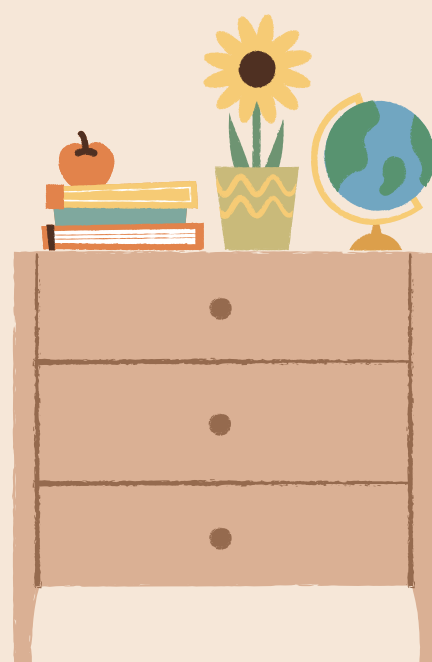


主題：探討幾何幻方之目標 形狀與其對應的元件圖形



903 李璿

903 李元皓



探討幾何幻方之目標形狀 與其對應的元件圖形

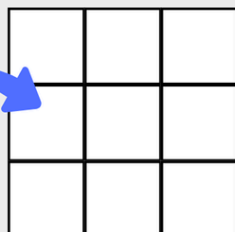
李元皓 李璿

P.1

研究動機

某一次的數學段考中，有一道題目是在九宮格中填入數字，使得橫列、縱列、斜線之和都相等，且數字都不重複，這就是有趣的幻方。

1~9



答：

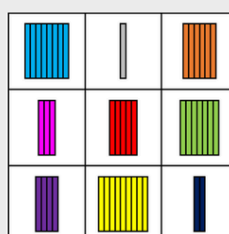
8	1	6
3	5	7
4	9	2



研究動機

我們也在網路上看到一些在幾何意義上也成立的幻方，於是我們從一些簡易的圖形出發，利用土法煉鋼的模式慢慢嘗試，總覺得數學之美應該有它的規律與法則，引發我們想深入探究的動機。

8	1	6
3	5	7
4	9	2



橫列、縱列、斜線
之目標形狀

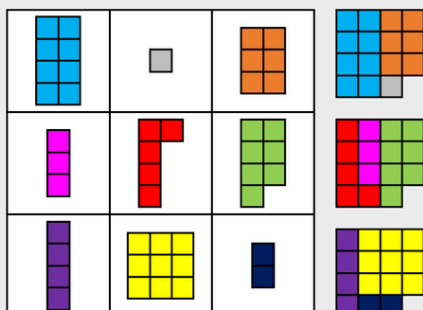
幾何幻方

EXAMPLE

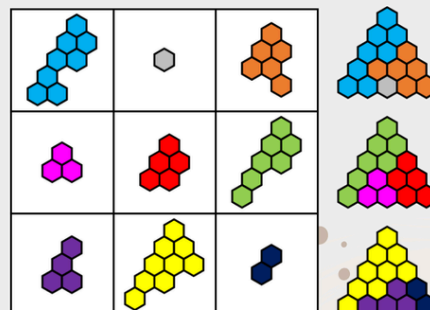
8	1	6
3	5	7
4	9	2



15個
正方形



15個
六邊形



幾何幻方

EXAMPLE

18個
正方形

18個
三角形

8	1	6
3	5	7
4	9	2

+1

9	2	7
4	6	8
5	10	3

規則訂定

- 原始規則：橫列、縱列及斜線上，每一個圖形拼起來均相同，拼出來的圖形稱為「目標形狀」。
- 本研究訂定「元件增加規則」：元件是由前一個數字對應的圖形加上相鄰的其中一個單位圖形。
- 本研究訂定了「元件示意圖」，藉此明確看出所有數字元件對應的圖形。

目標形狀

元件示意圖

1	4	9
2	5	
3	7	
6	8	

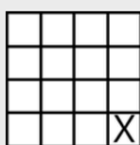
8	1	6
3	5	7
4	9	2

模組設定

- 數字和：橫列、縱列及斜線上，每一個數相加的和均為15。
- 九個數字：1~9擺放位置如下左圖。
- 目標形狀：單位元件為正方形，結構為從 4×4 的陣列中拿掉一塊正方形，有三種情況，分別稱為**模組 I**、**模組 II**、**模組 III**。

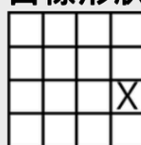
1~9擺放位置

8	1	6
3	5	7
4	9	2

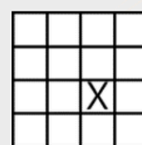


模組 I

目標形狀



模組 II



模組 III

研究目的

1. 依據本研究訂定的「元件增加規則」，建立一個**有系統的步驟去確認幾何幻方是否有解**，並尋找幻方數字對應的元件圖形。
2. 根據不同的目標形狀設定模組 I、II、III，**利用Burrtools軟體找尋能成功拼出目標形狀的幾何幻方元件**，並分析元件圖形具備的特性。



研究過程

將數字由小到大（1至9）寫在元件示意圖，在檢查橫列、縱列及斜線時，最先在同一個目標形狀出現的三個元件是：右上到左下的斜線，也就是數字6、5、4，所以我們先將數字寫到6。

8	1	6
3	5	7
4	9	2



檢查4+5+6（優先）



檢查？+？+？



檢查？+？+？

研究過程

尋找步驟

步驟一（寫出元件4）：有以下五種可能的情况。

種類	元件 4 - 型 1		元件 4 - 型 2		元件 4 - 型 3		元件 4 - 型 4		元件 4 - 型 5																											
圖形		<table><tr><td>1</td></tr><tr><td>2</td></tr><tr><td>3</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	1	2	3	4		<table><tr><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	1	4	2		3			<table><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	1		2	4	3			<table><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr></table>	1	3	2	4		<table><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>4</td></tr></table>	1		2	3		4
1																																				
2																																				
3																																				
4																																				
1	4																																			
2																																				
3																																				
1																																				
2	4																																			
3																																				
1	3																																			
2	4																																			
1																																				
2	3																																			
	4																																			

NEXT

研究過程

尋找步驟

步驟二（寫出元件5）：在元件4的周圍加上一個方格，找出所有可能的元件5。舉例：在「元件4 - 型3」的周圍加一個方格。

種類	元件 5 - 型 12	元件 5 - 型 13	元件 5 - 型 14	同「元件 5 - 型 13」
圖形				
種類	同「元件 5 - 型 12」	元件 5 - 型 15	元件 5 - 型 16	同「元件 5 - 型 15」
圖形				

研究過程

尋找步驟

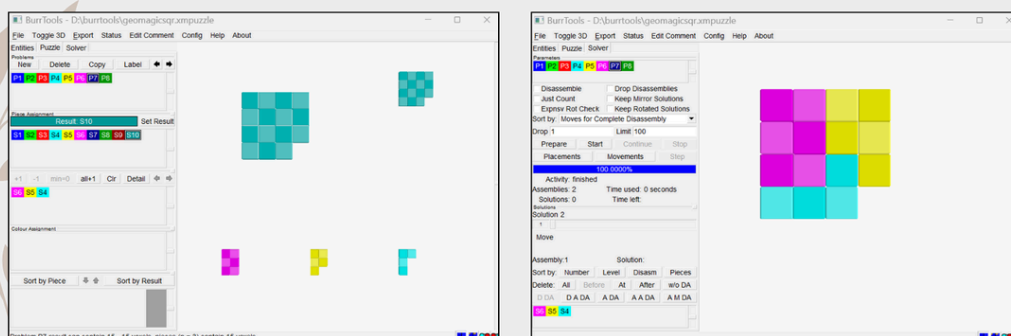
步驟三（寫出元件6）：在元件5的周圍再加上一個方格，找出所有可能的元件6。由於元件6可能的情況太多，所以我們的表示方式為直接在元件5的周圍標記英文編號。舉例如下：

種類	元件 5 - 型 12	元件 5 - 型 13	元件 5 - 型 14	元件 5 - 型 15
數字 6 的編號 位置				

研究過程

尋找步驟

步驟四（檢查數字和4+5+6）：先檢查九宮格幾何幻方的其中一條斜線，其數字為4、5、6，利用Burrtools軟體，判斷元件4、5、6是否能拼貼成模組之目標形狀。



研究過程

尋找步驟

步驟五（檢查其餘七條數字和）：如果步驟四可行，繼續寫數字7、8、9，並檢查九宮格幾何幻方的其餘七條數字和，也就是三條橫列（ $8+1+6$ 、 $3+5+7$ 、 $4+9+2$ ）、三條縱列（ $8+3+4$ 、 $1+5+9$ 、 $6+7+2$ ）以及另一條斜線（ $8+5+2$ ），是否都能利用9個元件成功拼貼。

8	1	6
3	5	7
4	9	2



研究過程

紀錄可行解

元件 5	數字 6 的編號位置	檢查數字和 4+5+6	檢查其餘數字和	有解之編號
型 4				A (1 個)
[圖解] 型 4 -A	元件示意圖 			

研究過程

紀錄可行解



調整3

元件 5	數字 6 的編號位置	檢查數字和 4+5+6	檢查其餘數字和	有解之編號
型 13				B、C、E (3 個)
[圖解] 型 13 -B 調整 3	元件示意圖 			

研究過程

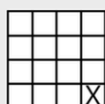
紀錄可行解



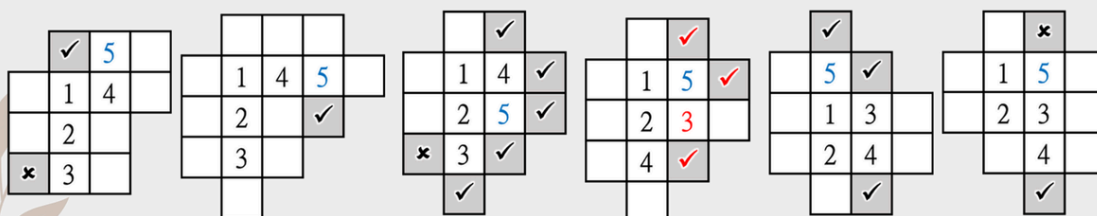
變形9

元件 5	數字 6 的編號位置	檢查數字和 4+5+6	檢查其餘數字和	有解之編號
型 19				F (1 個)
[圖解] 型 19 -F 變形 9	元件示意圖 			

分析：模組 I

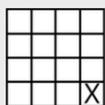


- 在數字和4+5+6的可行解中，共有14組能完成其餘所有數字和的幾何幻方。



- 若元件5為 ，必定有解，因為所有可能的元件4都有出現在上方的可行解中。

分析：模組 I

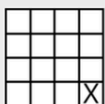


- 若元件4為 , 必定無解，因為此情況下元件5、6也會有四塊相鄰且擺成豎條狀的樣貌，則元件4、5、6無法拼貼成模組 I。



- 元件5的長相可能為  (12組)、 (1組)、 (1組)。

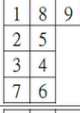
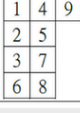
分析：模組 I



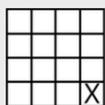
- 快速找解的方法：只有元件6不一樣，其他元件的圖形都長一樣。

case1：元件4為



編號	元件示意圖	數字和 4+5+6	數字和 1+6+8	數字和 2+6+7
型 6-B				
型 6-E				
型 6-F				

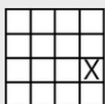
分析：模組 I



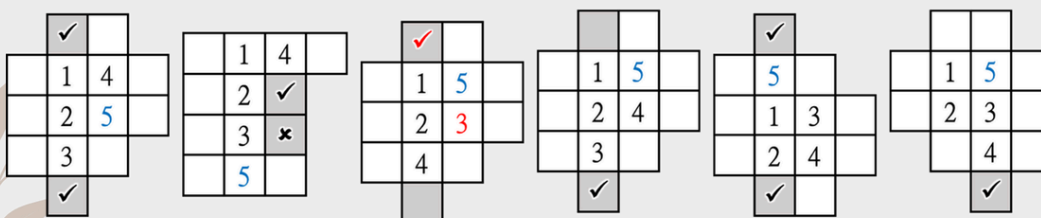
- 在型13中需要「調整3」才能拼貼成模組 I，原因是當元件6確定時，為了符合數字和 $2+6+7$ ，元件7也隨之固定了，如下中圖。在元件7確定的情況下，要符合數字和 $3+5+7$ ，就需要調整元件3。



分析：模組 II

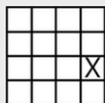


- 在數字和 $4+5+6$ 的可行解中，共有8組能完成其餘所有數字和的幾何幻方。



- 若元件5為 ，必定有解，因為所有可能的元件4都有出現在上方的可行解中。

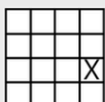
分析：模組Ⅱ



- 快速找解的方法：只有元件5不一樣，其他元件的圖形都長一樣。

編號	元件示意圖	數字和 4+5+6	數字和 3+5+7	數字和 1+5+9	數字和 2+5+8
型 6-F 變形 9					
型 8-B 變形 9					

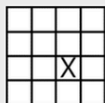
分析：模組Ⅱ



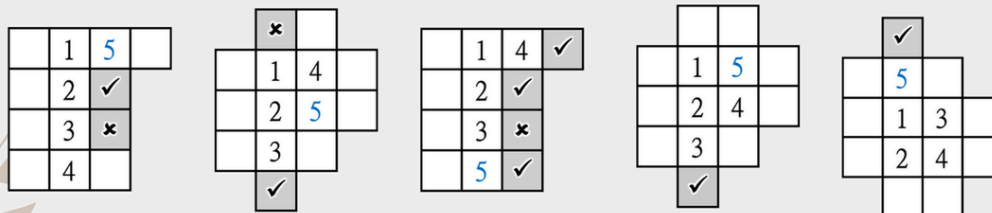
- 在型13中需要「調整3」才能拼貼成模組Ⅱ，原因是為了符合數字和2+6+7，元件7隨之固定了。若要符合數字和3+5+7，不一定要調整元件3，但是，再繼續往元件8找解時，就需要調整元件3。

型 13	數字和 2+6+7	數字和 3+5+7	數字和 1+6+8	數字和 3+4+8

分析：模組Ⅲ

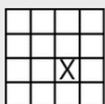


- 在數字和4+5+6的可行解中，共有7組能完成其餘所有數字和的幾何幻方。

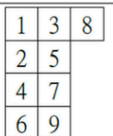
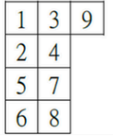
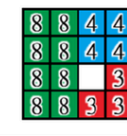


- 若元件5為 ，不一定有解，因為可能的元件4只有 、、 出現在上方，沒有 。

分析：模組Ⅲ



- 快速找解的方法：只有元件4不一樣，其他元件的圖形都長一樣。

編號	元件示意圖	數字和 4+5+6	數字和 3+5+7	數字和 2+4+9	數字和 3+4+8
型 6-F 調整 3					
型 17-A					

研究結論

- 1** 本研究依據訂定的「元件增加規則」，建立一個有系統的步驟去確認幾何幻方是否有解，其步驟是**先利用Burrtools軟體尋找元件4、5、6是否可以拼貼成模組之目標形狀，若可以，則繼續檢查其餘七條數字和，必要時可以調整元件3以及變形元件9。**



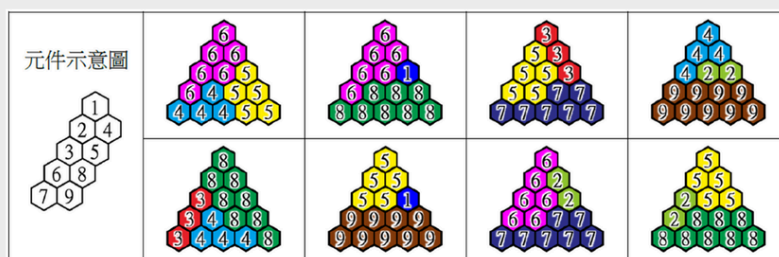
研究結論

- 2** 在數字和4+5+6的可行解中，模組Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ分別有14、8、7組能完成其餘所有數字和的幾何幻方。且**若元件5為** **，在模組Ⅰ、Ⅱ中必定有解；但在模組Ⅲ中，當元件4為** **，此情況下是無解的。**

- 3** 在模組Ⅰ、Ⅱ中，有只有元件6不一樣，其他元件的圖形都長一樣的解；在模組Ⅱ、Ⅲ中，有只有元件5不一樣，其他元件的圖形都長一樣的解；在模組Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ中，都有只有元件3和元件4不一樣，其他元件的圖形都長一樣的解。

未來展望

1. 改變目標形狀的單元形狀，本研究是正方形，**可改成正三角形或正六邊形**，舉例如下圖。
2. 改變幻方的數字，本研究的數字和為15，**可增加為18、21、24...**。



參考文獻

1. 維基百科 (2024年7月9日)。幻方。資料引自：<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%B9%BB%E6%96%B9>
2. Lee Sallows (2021年3月2日)。Geomagic Squares。資料引自：<https://www.geomagicsquares.com/index.php>
3. 蔡鈞存、鄭羽軒 (2024年)。雙偶幻方之研究與破解。中華民國第64屆中小學科學展覽會。資料引自：<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/64/pdf/NPHSF2024-030417.pdf?0.7400696235708892>
4. 林品慶、黃治綱、李名弘 (2008年)。乾坤大挪移---數獨vs幻方。中華民國第48屆中小學科學展覽會。資料引自：<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/48/senior/040410.pdf>

留言區



中興國中 數理資優班 聯絡資訊



聯絡電話：

- 03-3694315 分機600 (輔導主任)
- 03-3694315 分機650 (特教組長)
- 03-3694315 分機680 (數理資優班)



地址：330059桃園市文中路122號

